Практическое занятие 1-2

ВВЕДЕНИЕ ПРЕДМЕТ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ ОСНОВНЫЕ ЗАДАЧИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

Задание

- 1. Освоить материалы лекции № 1.
- 2. Ответить на вопросы:
 - а) Предмет МС.
 - б) Каковы основные задачи математической статистики?
 - в) Что такое в практике стат. наблюдений генеральная совокупность?
 - г) Что такое в практике стат. наблюдений выборка?
 - д) Что значит репрезентативная выборка?
- 3. Собрать выборку объема n = 10 и показать, что она является репрезентативной.

Практическое занятие 3

ГЕНЕРАЛЬНАЯ СОВОКУПНОСТЬ И ВЫБОРКА ВЫБОРОЧНЫЙ МЕТОД

Задание

- 1. Освоить материалы лекции № 2.
- 2. Ответить на вопросы:
 - а) Что такое в математической статистике генеральная совокупность?
 - б) Что такое в математической статистике выборка?
 - в) Что такое выборочный метод?
 - г) Каковы основные преимущества выборочного метода?
 - д) С каким выборками в основном работает МС?
- 3. Собрать выборку объема n=10 из генеральной совокупности ξ рост студентов и обработать ее.

Практическое занятие 4

ВАРИАЦИОННЫЙ И СТАТИСТИЧЕСКИЙ РЯДЫ ЭМПИРИЧЕСКАЯ ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ГИСТОГРАММА

Задание

- 1. Освоить материалы лекции № 3.
- 2. Ответить на вопросы:
 - а) Что такое вариационный ряд? Что такое статистический ряд?
 - б) Как определяется эмпирическая функция распределения?
 - в) Свойства эмпирической функции распределения.
 - г) Для чего служит гистограмма и как она строится?
 - 3. Решить задачи №№ 202-207 из [1] (здесь и далее см. литературу в конце файла).

Пример решения задач

Задача 1

Найти эмпирическую функцию распределения выборки, представленной статистическим рядом

| Xi | 1 | 4 | 6 |
|----|----|----|----|
| ni | 10 | 15 | 25 |

Р е ш е н и е. Согласно определению, данному в лекции № 3, эмпирическая функция распределения данной выборки имеет вид (n = 10 + 15 + 25 = 50):

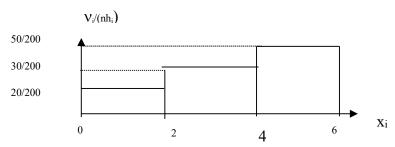
$$F_n(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 1; \\ 10/50 = 0,2 & \text{при } 1 \leq x < 4; \\ 25/50 = 0,5 & \text{при } 4 \leq x < 6; \\ 50/50 = 1 & \text{при } x \geq 9. \end{cases}$$

Задача 2

Построить гистограмму выборки, представленной в виде таблицы частот. Объем выборки n=100.

| Номер интервала і | Границы интервала | Число ν ₁ элементов выборки, попавших в і- |
|-------------------|-------------------------------------|---|
| | $\mathbf{x}_{i} - \mathbf{x}_{i+1}$ | й интервал |
| 1 | 0 - 2 | 20 |
| 2 | 2 - 4 | 30 |
| 3 | 4 – 6 | 50 |

P е ш е н и е. Согласно определению, гистограмма данной выборки имеет вид $(h_i=2)$:



Практическое занятие 5

ОСНОВНЫЕ ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВЫБОРКИ

Задание

- 1. Освоить материалы лекции № 4.
- 2. Ответить на вопросы:
 - а) Каковы основные выборочные характеристики?
 - б) Что оценивает выборочное среднее и как оно вычисляется?
 - в) Что оценивает выборочная дисперсия и как она вычисляется?
 - г) Что оценивает исправленная выборочная дисперсия и как она вычисляется?
 - д) Что такое стандартная ошибка и как она вычисляется?
- 3. Решить задачи №№ 209-214 из [1].

Пример решения задач

Ниже приведены результаты измерения роста (см) случайно отобранных 100 студентов:

| рост | 154-158 | 158-162 | 162-166 | 166-170 | 170-174 | 174-178 | 178-182 |
|-----------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| число студентов | 10 | 14 | 26 | 28 | 12 | 8 | 2 |

Найти выборочное среднее и выборочную дисперсию роста обследованных студентов (за выборочные значения принять середины интервалов).

Р е ш е н и е. Согласно определению, выборочное среднее есть:

$$\overline{x} = (z_1 n_1 + z_2 n_2 + ... + z_k n_k)/n =$$
= $(156 \cdot 10 + 160 \cdot 14 + 164 \cdot 26 + 168 \cdot 28 + 172 \cdot 12 + 176 \cdot 8 + 180 \cdot 2)/100 = 166.$

Выборочную дисперсию вычислим по формуле:

$$\begin{split} s^2 &= ((z_1 - \overline{x}\,)^2 n_1 + (z_2 - \overline{x}\,)^2 n_2 + \ldots + (z_k - \overline{x}\,)^2 n_k)/n = \\ &= ((156 - 166)^2 \cdot 10 + (160 - 166)^2 \cdot 14 + (164 - 166)^2 \cdot 26 + (168 - 166)^2 \cdot 28 + \\ &+ (172 - 166)^2 \cdot 12 + (176 - 166)^2 \cdot 8 + (180 - 166)^2 \cdot 2)/100 = 33,44. \end{split}$$

Практическое занятие 6

ОЦЕНКИ СТОХАСТИЧЕСКИ-ЛИНЕЙНОЙ СВЯЗИ МЕЖДУ СЛУЧАЙНЫМИ ВЕЛИЧИНАМИ (СВ)

- 1. Освоить материалы лекции № 5.
- 2. Ответить на вопросы:
 - а) Что такое стохастически-линейная связь между СВ?
 - б) Каковы основные показатели стохастически-линейной связи между СВ?
 - в) Что оценивает выборочная ковариация и коэффициент корреляции?
 - г) Свойства выборочной ковариации и выборочного коэффициента корреляции.
- 3. Решить задачи №№ 224-226 из [1].

Пример решения задач

Задача 1

Дана таблица результатов наблюдений

| ξ | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 |
|---|-----|---|---|---|-----|
| η | 3,5 | 6 | 7 | 6 | 7,5 |

Найти выборочный коэффициент корреляции.

P е \mathbf{u} е \mathbf{u} и е. Имеем ($\mathbf{n} = 5$):

$$r(\xi, \eta) = \frac{\text{Cov}(\xi, \eta)}{s_{\xi} s_{\eta}}$$

$$\overline{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_{i} = (2+4+6+8+10)/5 = 6, \quad \overline{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} y_{i} = (3,5+6+7+6+7,5)/5 = 6,$$

$$\overline{xy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i y_i = (7+24+42+48+75)/6 = 39,2$$

$$Cov(\xi, \eta) = \overline{xy} - \overline{x} \quad \overline{y} = 39,2 - 36 = 3,2.$$

$$\overline{x^2} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i^2 = (4+16+36+64+100)/5 = 44, \quad \overline{y^2} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} y_i^2 = (12,25+36+49+36+56,25)/5 = 37,9,$$

$$s^2 \xi = \overline{x^2} - \overline{x}^2 = 44 - 36 = 8, \quad s\xi = \sqrt{8}, \quad s^2 \eta = \overline{y^2} - \overline{y}^2 = 37,9 - 36 = 1,9, \quad s\eta = \sqrt{1,9}$$

$$r(\xi, \eta) = \frac{3,2}{\sqrt{8 \cdot 1.9}} = 0,82.$$

Значение 0,82 говорит о достаточно высокой стохастически-линейной связи между СВ.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Агапов Г.И. Задачник по теории вероятностей. М.: «Высшая школа», 1985.
- 2. Ковалева И.М. Пособие по теории вероятностей и математической статистике. Алматы: 2005.

Практическое занятие 7-8

КОЭФФИЦИЕНТ ЧАСТНОЙ КОРРЕЛЯЦИИ

3 а д а н и е. По выборке (y, x_1, x_2) (см. ниже) найти выборочный коэффициент частной корреляции между зависимой переменной y и независимой переменной x_1 , исключив влияние переменной x_2 .

Выборка наблюдений по пяти семьям имеет вид (в условных денежных единицах):

| СЕМЬЯ № Т | y_T | X_{T1} | X_{T2} |
|-----------|-------|----------|----------|
| 1 | 3 | 40 | 60 |
| 2 | 6 | 55 | 36 |
| 3 | 5 | 45 | 36 |
| 4 | 3,5 | 30 | 15 |
| 5 | 1,5 | 30 | 90 |

где y_t – накопления семьи № t, $x_{t\,1}$ – ее доход, $x_{t\,2}$ - стоимость имущества.

Контрольная работа 1 (раздаточный материал имеется).